

АЙНАКЕЕВА НУРСАУЛЕ ЖҰМАТҚЫЗЫ
МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ТЕРМОУПРУГИХ
КОНСТРУКЦИЙ НА ГРАФАХ

АННОТАЦИЯ

к диссертации на соискание степени доктора философии (PhD)
по образовательной программе
8D05403 «Механика»

Актуальность темы исследования. Теория термоупругости получила существенное развитие в связи с разработкой и построением разнообразных современных конструкций, работающих в условиях интенсивных динамических и тепловых нагрузок. Термоупругость, являясь обобщением классической теории упругости и теории теплопроводности, описывает широкий круг прикладных задач. В строительстве и в машиностроении широко используются стержневые конструкции в качестве опор зданий и сооружений, как соединительные и передаточные звенья различных механизмов и машин. В процессе эксплуатации они подвергаются различным термическим и механическим воздействиям, которые создают сложное напряжённо-деформированное состояние в сооружениях и конструкциях. В этих условиях возрастают и требования по надёжности и безопасности. Определение термонапряженного состояния стержневых конструкции (СК) является актуальной научно-технической задачей.

Цель работы. Исследование напряжённо-деформированного состояния термоупругих стержневых конструкций на графах с учётом их физико-механических и геометрических параметров в условиях воздействия нестационарных и периодических силовых и тепловых нагрузок.

Задачи исследования:

- Построение фундаментальных и обобщённых решений уравнений динамики термоупругих стержней. Построение тензора Грина уравнений несвязанной термоупругости, численная реализация и исследование его свойств.
- Построение и решение методом Владимирова В.С. задачи Коши динамики термоупругого бесконечного стержня. Численная реализация, расчёт термонапряженно-деформированного состояния стержня и анализ решения при действии распределённых силовых и тепловых источников.
- Постановка и аналитическое решение восьми краевых задач динамики термоупругих стержней конечной длины методом обобщённых функций при периодических и нестационарных внешних силовых и тепловых воздействиях;
- Численная реализация первой и второй краевых задач динамики термоупругого стержня при периодических внешних силовых и тепловых воздействиях. Расчёт перемещений и температуры для различных материалов при периодических колебаниях температуры и напряжений на концах стержня. Определение термонапряженного состояния и его анализ.
- Постановка и аналитическое решение температурных краевых задач на N-звездном тепловом графе при краевых условиях Дирихле и Неймана на его концах.
- Постановка и аналитическое решение краевых задач на N-звездном упругом графе при краевых условиях Дирихле и Неймана на его концах.
- Постановка и аналитическое краевых задач динамики термоупругого N-звездного графа при краевых условиях Дирихле и Неймана на его концах.
- Численная реализация решение краевых задач динамики термоупругого двухзвенного графа при заданных периодических перемещениях концов графа и температуры на его концах. Определение термонапряженного состояния и анализ термоупругих параметрах звеньев графа и разных частотах колебаний температуры, тепловых потоков, перемещений и напряжений на его концах.

Предмет исследования. Предметом исследования являются математические модели стержневых конструкций на основе математических моделей несвязанной термоупругости, которые описываются системами гипербола-параболических уравнений в частных производных и краевые задачи для них.

Объектом исследования являются термоупругие стержни и термоупругие стержневые конструкции – термоупругие графы.

Методы исследования. Математические модели теории упругости и термоупругости, теория дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического, параболического и параболо-гиперболического типов, теория обобщённых функций, преобразования Фурье и Лапласа, методы линейной алгебры, метод обобщённых функций, метод В. С. Владимирова, компьютерные эксперименты в системе MatCad -15.

Научная новизна работы.

С использованием теории обобщённых функций построен тензор Грина для уравнений несвязанной термоупругости в пространственно-одномерном случае и исследованы его свойства. Построены обобщённые решения уравнений динамики термоупругого стержня при произвольных тепловых и силовых воздействиях из класса обобщённых функций медленного роста, что позволяет исследовать термонапряжённое состояние стержней при воздействиях ударных силовых и тепловых нагрузок.

Разработан метод обобщённых функций для решения нестационарных и стационарных краевых задач термодинамики стержней конечной длины и построены аналитические решения восьми краевых задач при периодических и нестационарных внешних силовых и тепловых воздействиях.

Выполнена численная реализация первой и второй краевых задач динамики термоупругого стержня при периодических внешних силовых и тепловых воздействиях. Проведены расчёты перемещений и температурного поля стержня, определено его термонапряжённое состояние. Использование безразмерных параметров позволяет обобщить результаты для материалов с различными термодинамическими характеристиками.

На основе метода обобщённых функций (МОФ) разработана методика решения краевых задач на N-звёздном тепловом графе при заданных температурах либо тепловых потоков на его концах. Построены разрешающие системы уравнений для определения температуры каждого звена графа при любых геометрических и тепловых параметрах звеньев графа. Построены аналитические формулы расчёта, которые позволяют исследовать тепловое состояние графа при периодических колебаниях. Для нестационарных задач используется обратное преобразование Фурье.

На основе МОФ разработана методика решения краевых задач на N-звёздном упругом графе при заданных перемещениях либо напряжениях на его концах. Построены разрешающие системы уравнений для определения перемещений, деформаций и напряжений каждого звена графа при любых геометрических и упругих параметрах звеньев графа. Построены аналитические формулы расчёта, которые позволяют исследовать напряжённо-деформированное состояние упругого графа при периодических колебаниях. Для нестационарных задач используется обратное преобразование Фурье.

С использованием решений краевых задач на тепловом и упругом графах разработана методика решения стационарных и нестационарных краевых задач на N-звёздном термоупругом графе при заданных перемещениях либо напряжениях, температуры либо тепловых потоков на его концах.

Для проверки разработанной методики проведена численная реализация решений краевых задач с условиями Дирихле и Неймана на термоупругих стержнях конечной длины и двухзвенном тепловом и упругом графах. Проведённые численные эксперименты показали высокую точность разработанного метода решения задач на графах. Достоинством этого метода является возможность его использования на графах любой структуры. Например, линейных и сетевых структурах.

Научные положения, выносимые на защиту.

- Построены фундаментальные и обобщённые решения уравнений динамики термоупругого стержня. Построен тензор Грина уравнений несвязанной термоупругости и исследованы его свойства. Проведена численная реализация тензора и исследованы его свойства при разных термоупругих параметрах.

- Построено решение задачи Коши динамики термоупругого стержня. Выполнена численная реализация, проведён расчёт термонапряженно-деформированного состояния стержня и анализ решения.
- Поставлены восемь краевых задач динамики термоупругого стержня конечной длины при периодических и нестационарных внешних силовых и тепловых воздействиях на его концах. Методом обобщённых функций построены их решения в аналитическом виде.
- Выполнена численная реализация первой и второй краевой задачи динамики термоупругого стержня при периодических внешних силовых и тепловых воздействиях. Сделан расчёт перемещений и температуры стержня при периодических колебаниях температуры и напряжений на концах стержня. Определено его термонапряженное состояние. Проведённые расчёты в безразмерных параметрах позволяют определять термонапряженное состояние стержня из различных материалов с учётом их термодинамических параметров.
- Постановлена первая краевая задача термодинамики N-звёздного графа при заданных нестационарных и периодических перемещениях концов графа и температуры на его концах. Построено ее аналитическое решение в пространстве преобразований Фурье по времени, которое определяет температуру и перемещение на каждом ребре графа.
- Выполнена численная реализация решение первой краевой задачи динамики термоупругого двухзвенного графа при периодических колебаниях перемещений и температуры на его концах. Проведён многопараметрический анализ решение при разных частотах колебаний и термоупругих параметров среды.
- Постановлена вторая краевая задача термодинамики N-звёздного термоупругого графа при заданных нестационарных и периодических напряжениях и тепловых потоков на его концах. Построено ее аналитическое решение в пространстве преобразований Фурье по времени, которое определяет температуру и перемещение на каждом ребре графа.
- Выполнена численная реализация решение второй краевой задачи динамики термоупругого двухзвенного графа при периодических колебаниях напряжений и тепловых потоков на его концах. Проведён многопараметрический анализ решение при разных частотах колебаний и термоупругих параметров среды.

Достоверность и обоснованность научных положений, выводов и результатов диссертации. Достоверность результатов подтверждается применением классических математических моделей термоупругости, строгих аналитических методов решения поставленных краевых задач термодинамики стержневых конструкций с совпадением теоретически построенных решений с результатами их компьютерной реализации в системе MatCad 15 с высокой точностью при выполнении численных экспериментов для разных геометрических и физико-механических параметров конструкций.

Теоретическая и практическая значимость. В самых различных областях техники очень широко используются стержневые элементы. Стержневые системы (фермы) широко используются в строительной механике как опорные конструкции мостов и линий электропередач. Их основным достоинством является высокая грузоподъёмность при небольшом конструктивном весе. Стержневые конструкции широко используются в машиностроении как соединительные и передаточные звенья различных механизмов и машин. В процессе эксплуатации эти системы подвергаются различным термическим и механическим воздействиям, которые создают сложное напряжённо-деформированное состояние в этих конструкциях. Для определения термонапряженного состояния стержневых конструкции в широком диапазоне внешних силовых и тепловых воздействий необходима разработка эффективных математических методов исследования на основе математического моделирования их термодинамики с использованием различных моделей термоупругих сред. Применение методов математического моделирования дает возможность проводить исследования физических процессов, протекающих в стержневых конструкциях и их элементах с учётом их теплофизических характеристик, и определять на этапе проектирования их термодинамическое состояние, которое, в свою очередь,

является основой для прогнозирования поведения изделия в заданных условиях эксплуатации. При этом важна не только разработка расчётных моделей, но и разработка эффективных алгоритмов исследования моделей.

Развитие аналитических и численных методов, направленных на математическое моделирование стержневых конструкций и сетевых структур, основывается на анализе соответствующих прямых и обратных задач для систем уравнений с распределёнными параметрами на графах. В первую очередь это анализ спектральной полноты и свойства базисности собственных функций соответствующих краевых задач в пространстве квадратично интегрируемых функций, а также нахождение условий единственности решений обратных задач, приемлемых для практической реализации. История краевых задач для дифференциальных уравнений на графах сравнительно недолгая. Большинство работ посвящено задачам спектральной теории (Г. Люмер, Ю. Белов, С. Никаиз, О. Пенкин, Г. Борг, Б. Левитан и др.) Изучением волнового уравнения на графах занимались Ф. Али-Мехмети, К. Каттанео и Л. Фонтана, Дж. Фридман и Ж.-П. Тийи и др. За последние десятилетия большинство работ было посвящено управляемости, наблюдаемости и стабилизации упругих систем (см. работы Кокса и С. Сузуа и других авторов). Математическое моделирование процесса распространения тепла в системе стержней на графе типа «дерево» в виде пучка линейных дифференциальных операторов было выполнено Ю. Мартыновым. В настоящее время теория краевых задач на графах различной структуры начинает интенсивно развиваться.

Следует отметить также, что исследования термонапряженного состояния стержней конечной длины с различными физико-механическими свойствами ведутся лишь немногими авторами, и в основном на основе численных методов конечных элементов и конечных разностей для изучения статического и квазистатического напряжённого состояния стержней в работах Кудайкулова А., Жумадилаевой А., Ташева А., Мищенко А. и др.

В представленной в диссертации постановке задачи термодинамики на звёздных графах ранее никем не ставились и не решались. Эти исследования являются новыми и служат теоретическим вкладом в развитие теории термоупругости, термодинамики стержней и стержневых конструкций, а также развитием методов математической физики для решения краевых задач для систем гипербола-параболического типа на дифференциальных графах.

Предложенный здесь метод моделирования и расчёта термонапряженного состояния конструктивных элементов составных стержневых конструкций, основанный на использовании метода обобщённых функций на стержнях конечной длины, позволил получить аналитические формулы, очень удобные для применения в инженерной практике при проектировании и исследовании прочностных свойств таких конструкций. Отметим, что эта модель термоупругости широко используется в нормах проектирования строительных сооружений, машин и механизмов, поэтому проведённые в диссертации исследования будут востребованы на практике.

Структура и объём диссертации. Объём диссертации из 110 страниц содержит: введение, три главы, заключение и библиографию из 72 наименований.

Основное содержание диссертации. В диссертации разработаны математические методы моделирования термодинамики стержневых конструкций на неоднородных звёздных графах.

В первом разделе диссертации рассмотрена модель термоупругого стержня с использованием уравнений несвязанной термоупругости. Поставлена задача построения фундаментальных решений уравнений несвязанной термоупругости в пространственно-одномерном случае, описывающем динамику термоупругих стержневых конструкций под действием силовых и тепловых источников возмущений. На основе теории преобразования Фурье обобщённых функций, построен тензор Грина и обобщённые решения системы уравнений термоупругости для произвольных массовых сил и тепловых источников. Проведена компьютерная реализация тензора Грина и ряда построенных решений в системе MatCad 15. Приведены графики численных экспериментов, описывающих перемещения, температуру и напряжения в стержне при различных внешних воздействиях. Рассмотрена задача Коши для системы уравнений несвязанной термоупругости. С использованием метода Владимирова В.С. поставлена задача в пространстве обобщённых функций и получено ее обобщённое решение. Построено ее регулярное интегральное представление.

Во второй главе, на основе МОФ, разработан метод решения краевых задач для стержней конечной длины при различных краевых условиях на перемещения, напряжения, температуру и тепловых потоки как на его концах, так и по длине стержня, которые можно использовать для исследования различных стержневых конструкций в условиях теплового нагрева. Преимущества МОФ позволяет получить разрешающую систему уравнений, в которую входят начальные и краевые условия всех поставленных задач. Следовательно, нет необходимости решать каждую краевую задачу в отдельности. Особенность построенных решений делает их удобными для инженерных расчётов, т.к. позволяет исследовать влияние каждого краевого условия на концах стержня на его термонапряжённое состояние. Особенность построенных решений делает их удобными для решения краевых задач на многозвенных графах.

В третьей главе, рассматриваются краевые задачи на звёздном термоупругом графе, которые можно использовать для исследования различных стержневых конструкции в условиях теплового нагрева-охлаждения. На основе МОФ построены решения нестационарных прямых краевых задач термоупругости при действии силовых и тепловых источников различного типа на звёздном графе. Получены разрешающие системы уравнений и регулярные интегральные представления обобщённых решений, которые дают аналитическое решение поставленных краевых задач.

Связь данной работы с другими научно-исследовательскими работами. Данная работа выполнена в рамках проектов программы грантового финансирования фундаментальных исследований в области естественных наук: «Краевые задачи динамики деформируемых твёрдых и электромагнитных сред и их решение» (2018-2020 гг, АР05132272, № ГР 0118РК00479, «Исследование начально-краевых задач волнового уравнения на графах» (2021-2023 гг, АР09261033, № ГР 022РК00530), «Моделирование тепловых и волновых процессов в термоупругих стержневых конструкциях» (2024 -2026 гг, АР23488145, № ГР 0124РК00588).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 10 статей. Из них 3 в научных журналах, индексируемых базой данных Scopus, и 3 статьи в отечественных журналах, рекомендованных КОКСОН МОН РК. Основные результаты работы представлены на 13 международных конференциях и конгрессах.

Личный вклад автора. Постановка краевых задач и методы исследования были предложены научными руководителями. Построение решений краевых задач, разработка алгоритмов и программная реализация их решений проводилось автором диссертации под их руководством. Анализ полученных решений и подготовка статей по материалам исследования проводилась совместно с научными руководителями. Оформление статей и представление их публикаций проводилась автором. Результаты исследований по теме диссертации на международных конференциях также представлялись автором.

Благодарность. Автор выражает глубокую признательность отечественному научному консультанту д.ф.- м.н., профессору Алексеевой Людмиле Алексеевне за научное руководство, неоценимую помощь и ценные советы на всех этапах выполнения диссертационной работы и зарубежному научному консультанту доктору PhD, Приказчикову Даниле Александровичу за поддержку, за научное руководство и консультации во время стажировки в Великобритании (Keele University, UK).